

環境アセスメントにおける
定量的予測手法に関するセミナー
(大気質予測編)
第1日

一般財団法人 九州環境管理協会
環境部環境技術課 田中 憲一

第1日の内容

- 自己紹介など
- **【解説】**
大気質予測の基礎
(流体中の物質拡散、プルーム・パフ式の導出など)
- **【実習】**
ちょっとした平面予測をやってみましょう。
(プルーム式による煙突からの排煙拡散)

【解説】

大気質予測の基礎

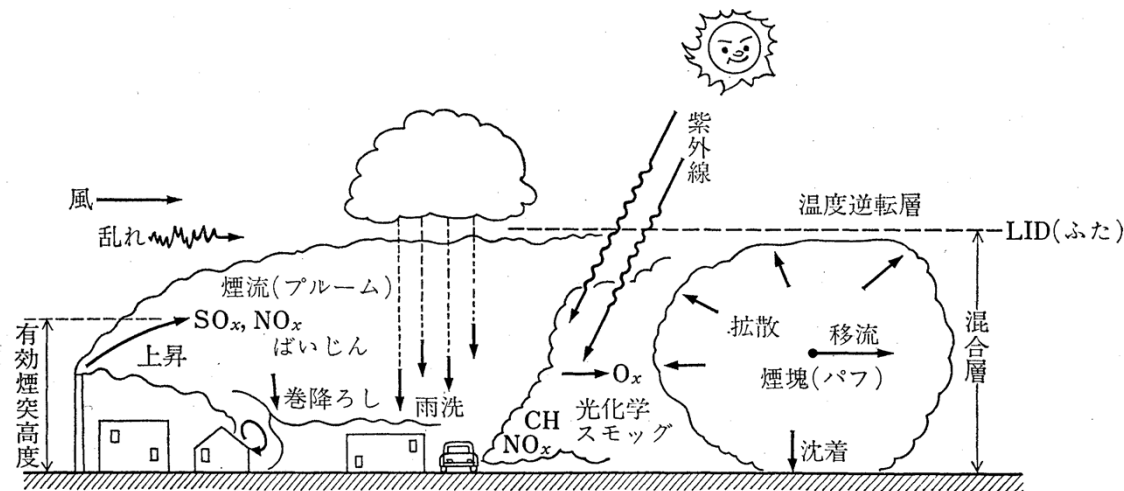
大気汚染物質は、大気の流れ(風)によって輸送されます。地上における風の流れは実際にはかなり複雑で、それ自体の計算も容易ではない中で、大気汚染物質の輸送がどのようにモデリングされているか、また通常よく使われるプルーム・パフ式がどのような前提で導出されたものであるかを解説します。

説明の流れ

1. 大気汚染と拡散
2. 数学的準備
3. 拡散理論
4. ある特定条件下での解析解
(プルーム式・パフ式)
5. NO_2 変換モデルと日平均値換算
6. 低層大気の構造と大気安定度
7. 排煙の上昇と有効煙突高

大気汚染と拡散

- 大気中に排出された汚染物質は風に運ばれ（「移流」と呼ばれる）、拡散して地上に降りてくる。
- 汚染物質の移流と拡散に強く影響する要素
 - 汚染源の条件（有効煙突高、汚染物質排出量など）
 - 気象条件（平均風、風の乱れ、温度傾度、混合層高度など）

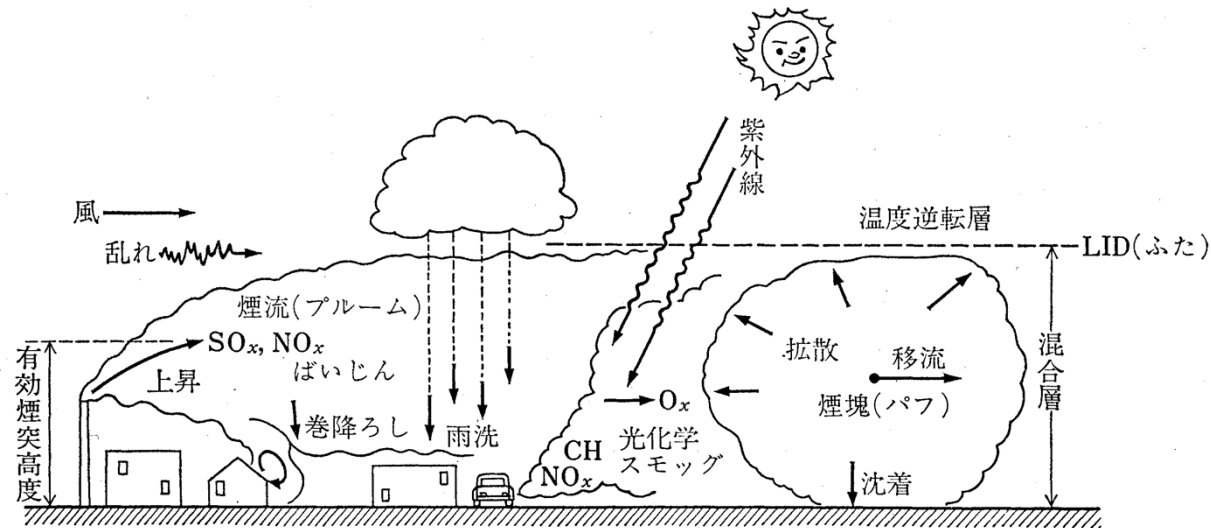


狭義の拡散と広義の拡散①

- 「拡散」とは通常、濃度差など「平衡状態からのずれ」が均されるよう、濃度の高い方から低い方へ、物質が移動する現象をいう。
- このような物質移動を考えると、一般には移動現象は次の二つに分けて取り扱われる。
 - ① 搬送役である流体の規則的な流動による秩序正しい移動現象(移流)
 - ② 物質の分子運動、流体の渦など不規則運動による物質移動を統計的に定量化した移動現象(狭義の拡散)

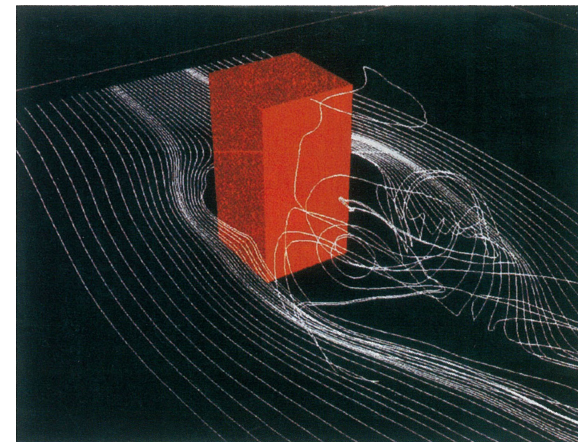
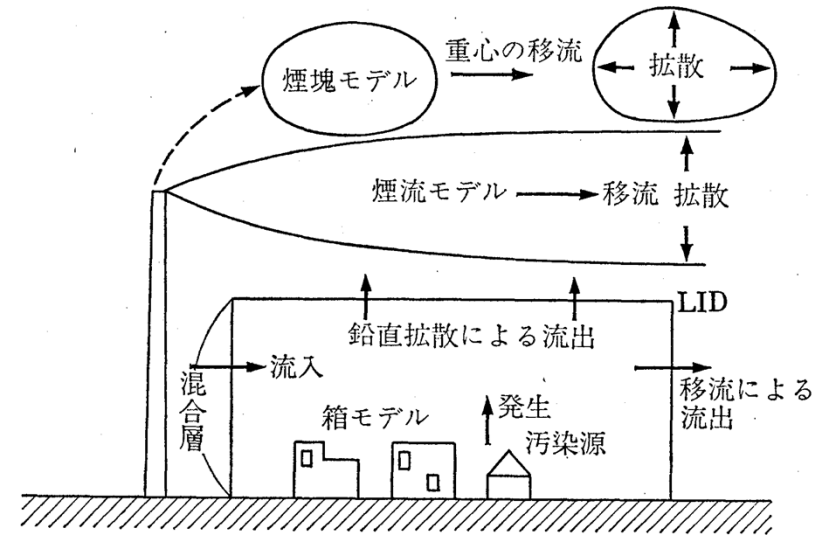
狭義の拡散と広義の拡散②

- 空気や水などの流体を媒体として、我々の近辺で起こる物質等の拡がりは、①の移流による移動の方が②の(狭義の)拡散よりも大きく、①②を区別せず「拡散」と呼んでいることが多い(広義の拡散)。



代表的な拡散モデル

- 解析モデル
解析的には解けない微分方程式を、様々な仮定や前提条件のもとで解ける形に簡略化し、解析解を求めたもの。
 - 煙流(プルーム)モデル
 - 煙塊(パフ)モデル
 - 箱(ボックス)モデル
- 数値モデル
解析的には解けない微分方程式に対し、ある有限の大きさで時間や空間を離散化した上で、近似解を数値的に求めるもの。



数学的準備：偏微分とは

- 多変数関数 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を、ある一つの独立変数 x_i で微分するもの。
ただしこのとき、着目している独立変数 x_i を除く全ての変数は固定される。
- たとえば、ある物質濃度 C が、時刻 t と三次元空間位置 x, y, z の4変数関数 $C(t, x, y, z)$ として表されている場合、以下の4つの偏微分係数がある。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{C(t + \Delta t, x, y, z) - C(t, x, y, z)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{C(t, x + \Delta x, y, z) - C(t, x, y, z)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{C(t, x, y + \Delta y, z) - C(t, x, y, z)}{\Delta y}$$

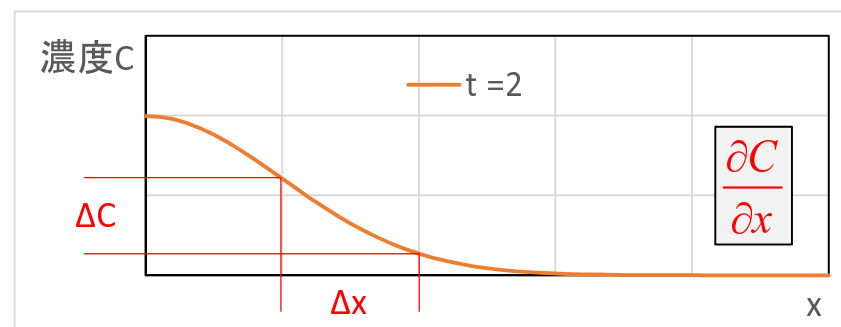
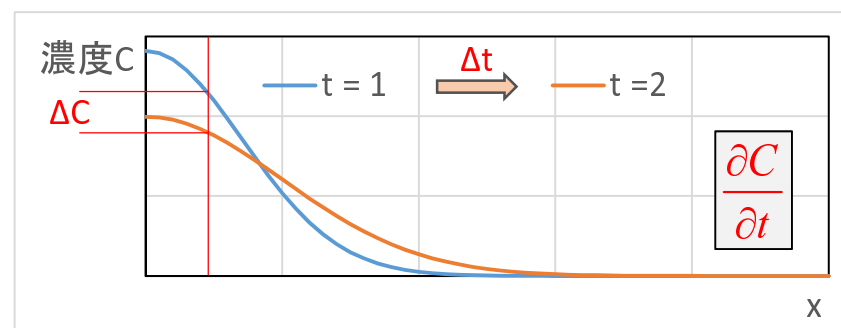
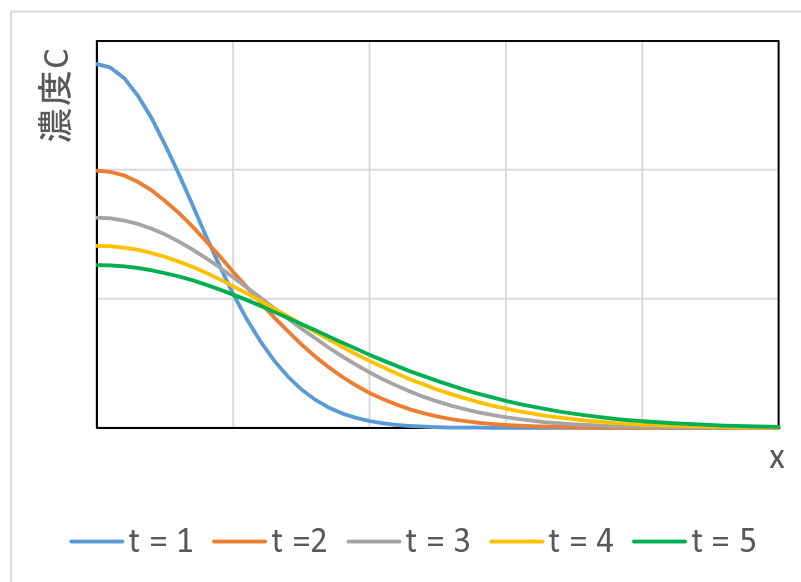
$$\frac{\partial C}{\partial z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{C(t, x, y, z + \Delta z) - C(t, x, y, z)}{\Delta z}$$

数学的準備：偏微分の物理的意味

- 「着目している一つの独立変数を除く全ての変数は固定」であることがポイント。
 - たとえば $\frac{\partial C}{\partial t}$ は、空間位置 x, y, z を全て固定した上での時刻 t での微分であることから、「ある固定点 (x, y, z) における、単位時間あたりの濃度 C の増加量」という**固定点での経時変化**の意味を持つ。
 - 同様に $\frac{\partial C}{\partial x}$ は、時刻 t と空間位置 y, z を全て固定した上での位置 x での微分であることから、「ある時刻 t における、ある空間位置 (x, y, z) での、 x 軸方向単位長さあたりの濃度 C の増加量」という**同一時刻の空間勾配**の意味を持つ。

これを図で見ると...

- 【例】パフ式による濃度分布の経時変化

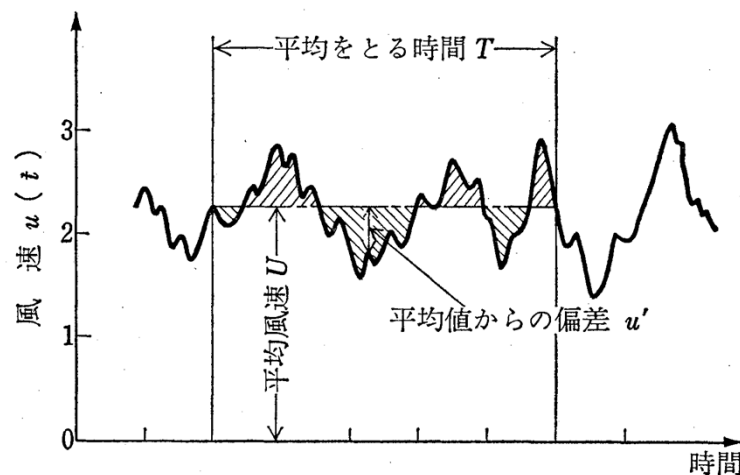


拡散理論 (1) 平均値と変動成分

- 時間とともに変化する量（風速、温度、濃度など）の輸送を解析する際、「時間によらない一定成分」（平均値）と、「平均値からの偏差」（変動成分）という二つの成分に分けて解析されることが一般的である。
- その場合、たとえば風速 $u(t)$ や濃度 $c(t)$ は、平均値 U , C と変動成分 u' , c' を用いて次のように表現される。

$$u(t) = U + u'$$

$$c(t) = C + c'$$

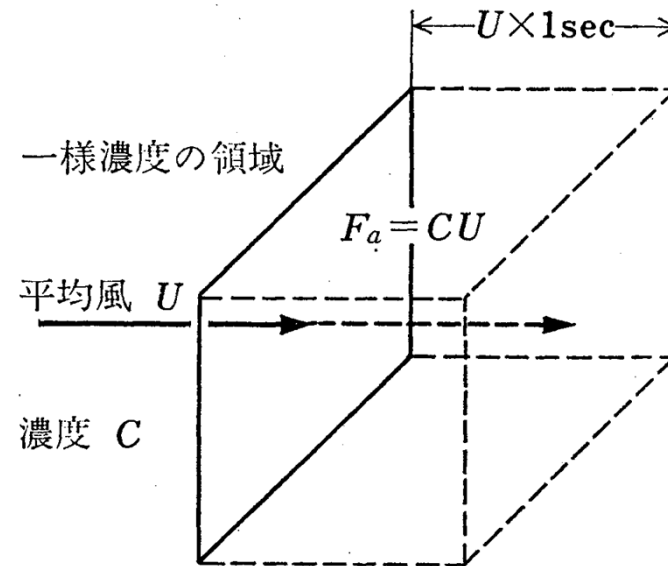


拡散理論 (2)移流による物質輸送量

- 濃度 C の一様な煙が、平均風に垂直な単位断面積を通して単位時間に運ばれる量(移流量) F_a は、平均風速を U とすれば次式のようになる。

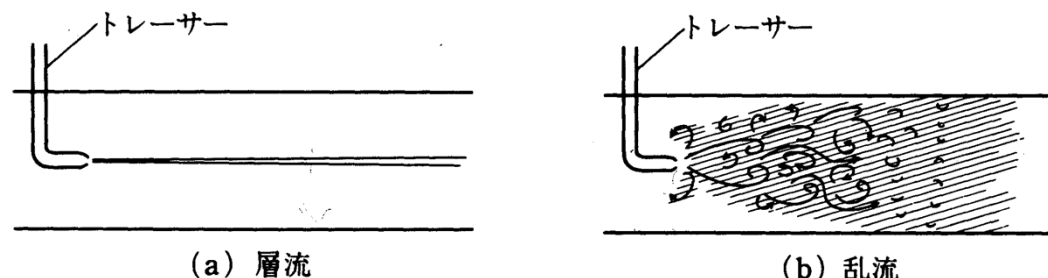
$$F_a = CU$$

(=濃度 × 単位断面積を単位時間に通過した空気の体積)



拡散理論 (3)乱流拡散

- 大気中での(狭義の)拡散は、風の不規則な乱れに起因する。このような不規則な流れを乱流といい、乱流によって生じる拡散を乱流拡散あるいは渦拡散という。



層流と乱流

- 乱流拡散により、単位断面積を通して単位時間に運ばれる拡散量 F_d は、風速と濃度の変動成分の積を平均化時間内で平均した値となる。

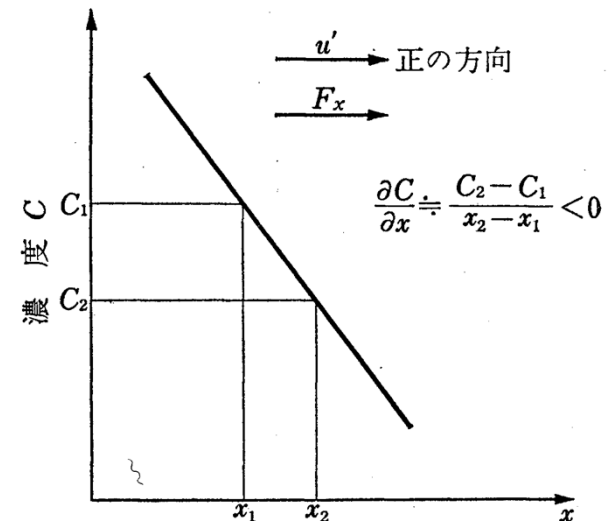
$$F_d = \overline{u'c'}$$

拡散理論 (4)乱流拡散係数

- この拡散量 F_d はまた、Fickの拡散の法則より濃度勾配に比例するとして、乱流拡散係数 K を用いて次のように表される。

$$F_d = \overline{u'c'} = -K \frac{\partial C}{\partial x}$$

- 右辺のマイナスは、濃度勾配の正負と物質輸送方向の正負が逆となる(濃度の高い方から低い方に輸送される)ことを示している。



拡散理論 まとめ

- 物質輸送の解析では一般に、「時間によらない一定成分」(平均値)と「平均値からの偏差」(変動成分)に分けて解析される。

- 単位断面積を単位時間に通過する物質質量

移流量(平均値成分): $F_a = CU$

拡散量(変動成分): $F_d = \overline{u'c'} = -K \frac{\partial C}{\partial x}$

- 三次元の(移流)拡散方程式

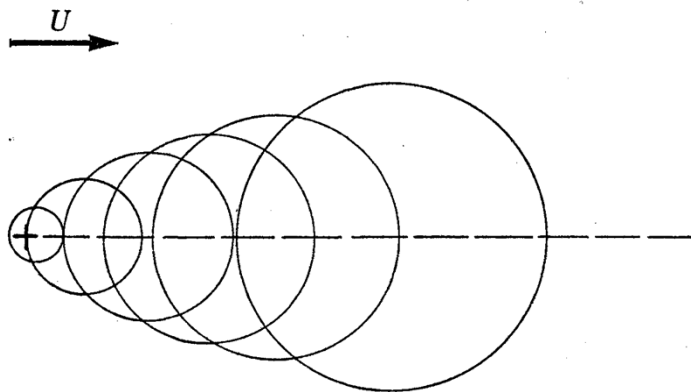
$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

ある特定条件下での解析解

(1)点煙源からの瞬間放出⑥

- ここまでは、無風時(風速ゼロ)の拡散状況を扱ってきたが、 x 軸方向に、平均風速 U [m/s] で一様に風が吹いている状況では、煙塊中心の x 座標が、放出されてから t [s] 後には Ut [m] だけ風下側に移動することから、濃度分布 $C(x, y, z, t)$ は次式のように表現される。

$$C(x, y, z, t) = \frac{q'}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \cdot \exp\left\{-\frac{(x - Ut)^2}{2\sigma_x^2}\right\} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot \left[\exp\left\{-\frac{(z - He)^2}{2\sigma_z^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{(z + He)^2}{2\sigma_z^2}\right\} \right]$$



パフ式(無風時、弱風時)の基本式
※ただし、この段階ではまだ「瞬間放出」
された煙の挙動である点に注意。

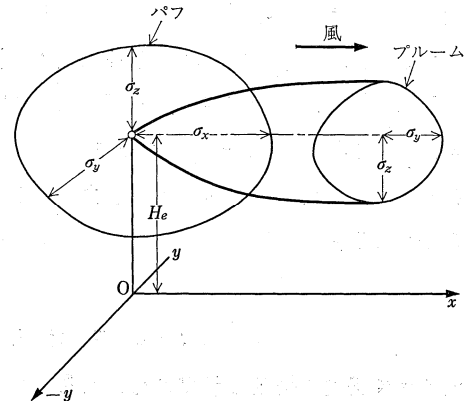
ある特定条件下での解析解

(2) 点煙源からの有風時連続放出③

- これらより、濃度分布 $C(x, y, z)$ は次のようになる。

$$C(x, y, z) = \frac{q}{4\pi x \sqrt{\frac{U\sigma_y^2}{2x} \frac{U\sigma_z^2}{2x}}} \cdot \exp\left(-\frac{U}{4x} \cdot \frac{2xy^2}{U\sigma_y^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{U}{4x} \cdot \frac{2xz^2}{U\sigma_z^2}\right)$$

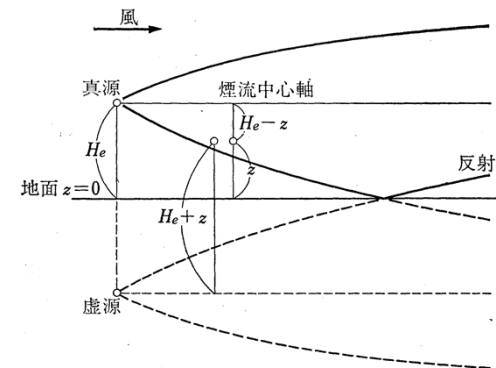
$$= \frac{q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$$



- 煙源直下の地表面に原点をとり、煙源高さを He [m] とし、さらに地表面による反射を虚煙源で重ね合わせると、

$$C(x, y, z) = \frac{q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot \left[\exp\left\{-\frac{(z - He)^2}{2\sigma_z^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{(z + He)^2}{2\sigma_z^2}\right\} \right]$$

プルーム式
の基本式



ある特定条件下での解析解 まとめ

- 三次元拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

は、このままでは解析的に解けない。

- **パフ式**は、①点煙源から瞬間放出された物質が、②風速がゼロで③拡散係数が場所によらず一定、という環境下で拡散するという前提のもとに導出された式である。
- **プルーム式**は、①x軸方向にのみ一様に風が吹き、②x軸方向の拡散は小さく、③y, z方向には拡散のみで物質が移動していて、④拡散係数が場所によらず一定という環境下で、⑤点煙源から連続的に一定量の物質が放出されている状況での物質の濃度分布が⑥定常状態となっている、という前提のもとに導出された式である。

NO₂変換モデルと日平均値換算

(1) NO₂変換モデルとは

- 窒素酸化物(NO, NO₂)は、煙源から排出された直後は大部分がNOであるものが、流下の過程で酸化されてNO₂へと変化する。
- この酸化反応には、O₃のほか炭化水素、アルデヒド、フリーラジカルなどの物質が複雑に関与しているが、現在の地域シミュレーションでの拡散時間において、NOからNO₂への変換のみを問題にする場合は、NO, NO₂とO₃との反応のみで十分と考えられている。
- このため、拡散時間内におけるNOxの量的保存の仮定のもと、O₃によるNOの酸化とNO₂の光解離反応のみが取り上げられることが多い。
- 保存系で計算されたNOx濃度に基づいてNO₂濃度を計算するモデルは「NO₂変換モデル」と呼ばれる。NO₂変換モデルには次のようなものがある。
 - ①定常近似モデル
 - ②統計モデル
 - ③指数近似モデル

NO₂変換モデルと日平均値換算

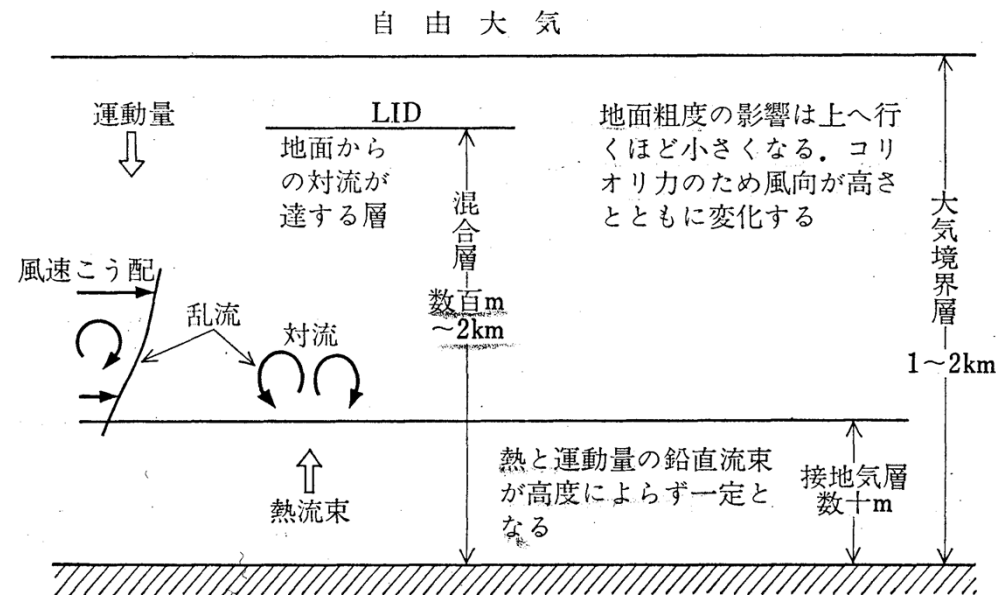
(6) 年平均値の日平均値換算

- 一般的なアセスでの予測対象物質となる、二酸化硫黄(SO₂)、二酸化窒素(NO₂)、浮遊粒子状物質(SPM)などは、環境基準の長期的評価は**日平均値**(年間2%除外値や年間98%値)で行われる。
- それに対し、これらの物質の拡散予測で得られる値は**年平均値**である。
- このため、環境基準との整合性の評価に際し、予測で得られた**年平均値を日平均値に換算**する必要がある。

低層大気の構造と大気安定度

(1) 大気境界層の分類

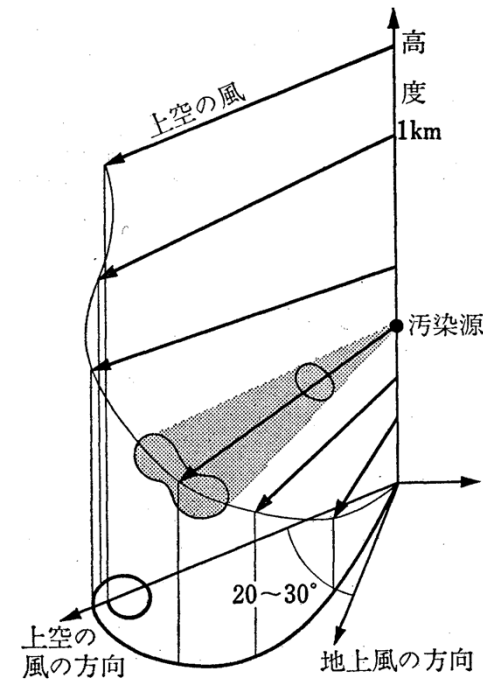
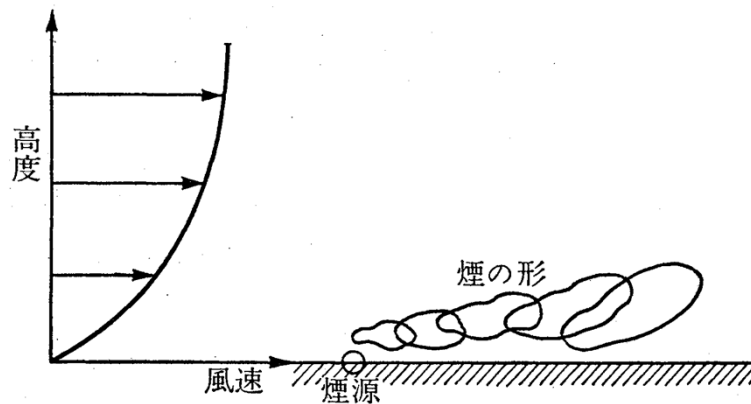
- 地面の影響を直接受ける低層大気を**大気境界層**と呼ばれる。広い平坦地上に形成される大気境界層は、風速や温度の鉛直方向変化が水平方向変化よりも大きい。
- 大気境界層の最下層部数十mは**接地気層**、残りの上側は**外部境界層**と呼ばれる。
- 日射にともなう対流によって攪拌される最下層部は**混合層**と呼ばれる。



低層大気の構造と大気安定度

(2) 平均風と風の乱れ

- 平均風速は、地表面での摩擦のため上空ほど大きくなり、風速の鉛直勾配が生じる。この鉛直勾配は、接地気層では特に大きく、外部境界層では小さくなる。
- 接地気層中での風向の高度変化は小さいが、外部境界層中では、地球の回転によって生じるコリオリの偏向力の効果のため、風向変化が大きくなる。
- これらによって生じる風の乱れは、煙の拡散幅を増大させる要因となる。

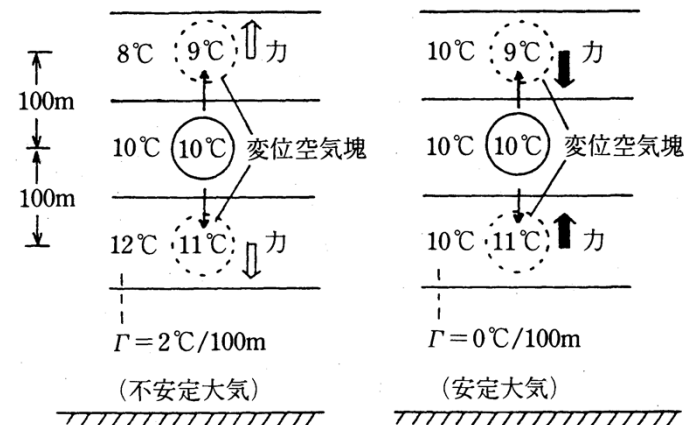
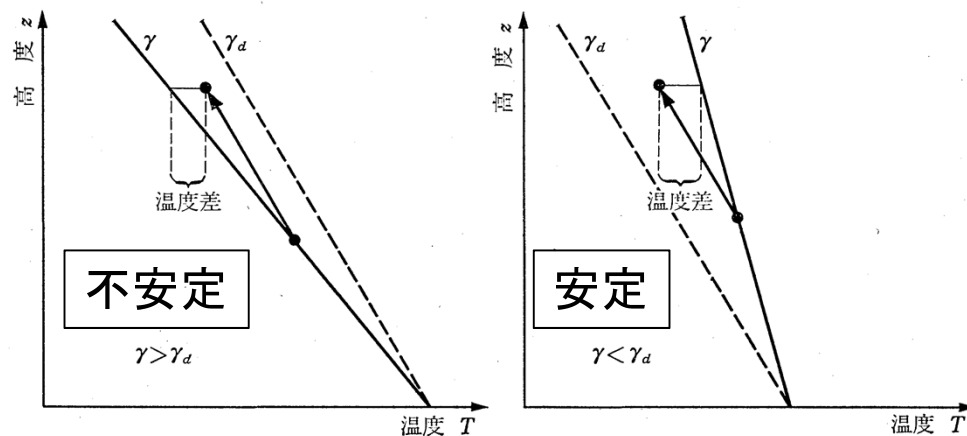


低層大気の構造と大気安定度

(3) 温度傾度と風の乱れ

- 風の乱れは密度差によっても発生する。
- 乾燥空気塊が大気中を断熱的に上昇すると、気圧が減少し気温は低下する。このときの気温の減少の割合（高さ100mごとに 0.976°C ）を**乾燥断熱減率**（ $\gamma_d=0.976^{\circ}\text{C}/100\text{m}=0.00976^{\circ}\text{C}/\text{m}$ ）という。逆に、空気塊が下降した場合には、同じ割合で気温は上がる。
- 大気の状態は、実際の気温の高度減率 γ と乾燥断熱減率 γ_d の関係によって大きく変わる。

$\gamma > \gamma_d$ のとき 不安定（上昇する気塊の温度 $>$ 周囲大気温度）
 $\gamma = \gamma_d$ のとき 中立
 $\gamma < \gamma_d$ のとき 安定（上昇する気塊の温度 $<$ 周囲大気温度）

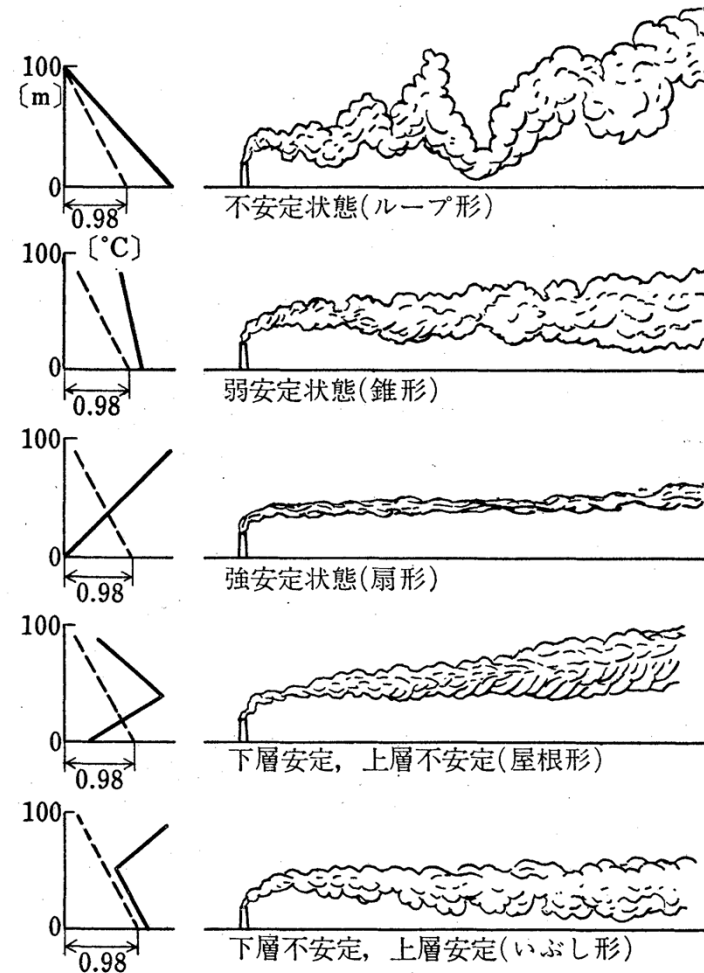


低層大気の構造と大気安定度

(4) 大気安定度と煙流の形

• 大気安定度

大気安定度	温度減率	温位こう配	熱の流れ	風の乱れ	温度分布の名称
不安定	$\gamma > \gamma_a$	負	上向き	大	てい減
中立	$\gamma = \gamma_a$	0	0	中	断てい熱減
安定	$\gamma < \gamma_a$ $0 < \gamma < \gamma_a$ $\gamma = 0$ $\gamma < 0$	正	下向き	小	弱いてい減 等温 逆転



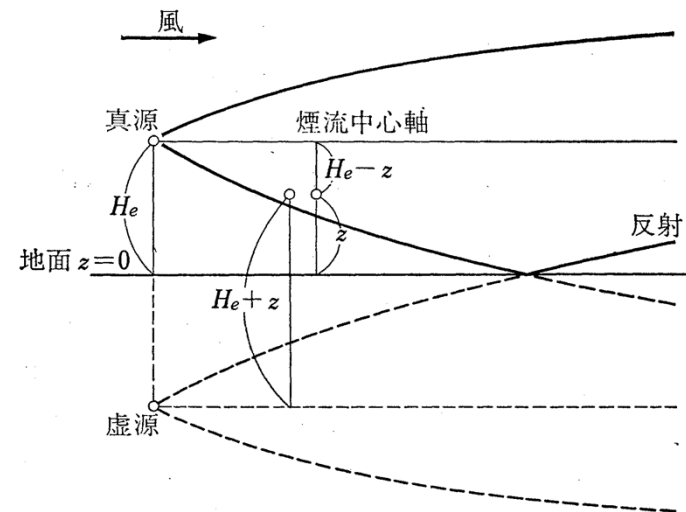
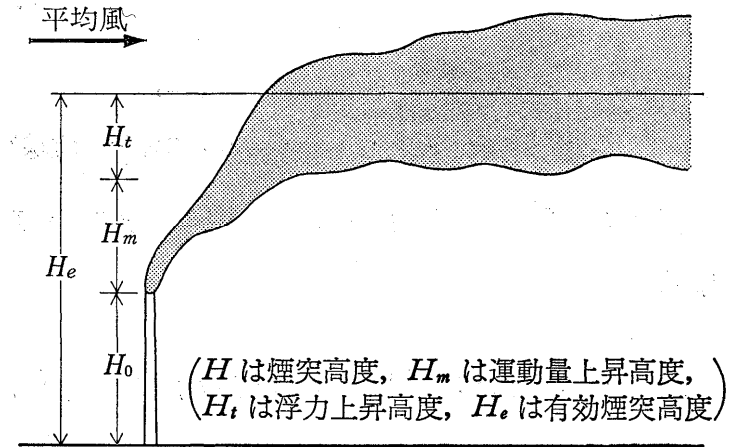
低層大気の構造と大気安定度 まとめ

- 地表付近では、空気と地面との摩擦によって大きな風速鉛直勾配が生じ、これにより生じる風の乱れは煙の拡散幅を増大させる。
- 風の乱れは密度差によっても発生し、気温の高度減率が乾燥断熱減率より大きいと大気は不安定になり、小さいと安定する。
- 風速鉛直勾配や大気安定度によって、煙突からの煙の拡散状態が大きく変わることから、気象条件（風速や日射量など）に応じて大気安定度分類がなされ、予測に用いる拡散幅も大気安定度と関連づけて定式化されている。

排煙の上昇と有効煙突高

(1) 有効煙突高

- 煙突から排出される煙は一般に、ある一定の吐出速度があり、また高温である場合には浮力がはたらくため、大気中を上昇する。
- このため煙流の中心高度 H_e [m]は、この上昇高さに実煙突高を加えた高さになる。これを**有効煙突高**と呼ぶ。
- 煙の上昇高度は、排煙の上向きの**運動量**(排ガス量×速度)と**排出熱量**(排ガス量×温度差)が大きくなると高くなり、また風速や大気安定度が増すと低くなる。



排煙の上昇と有効煙突高

(3) 風速の高度補正

- 我々が通常使う気象データは地上気象(観測高度10m程度)の観測値であるが、風速には鉛直分布があることから、煙突など高所からの排煙の拡散を予測する場合は特に、風速の高度補正が必要である。
- 風速の高度補正には、次の「べき乗則」が使われることが多い。

$$U = U_0 \left(\frac{H}{H_0} \right)^P$$

U : 高さ H (m)の風速 (m/s)
 U_0 : 基準高さ H_0 (m)の風速 (m/s)
 H : 排出源の高さ (m)
 H_0 : 基準とする高さ (m)
 P : べき指数

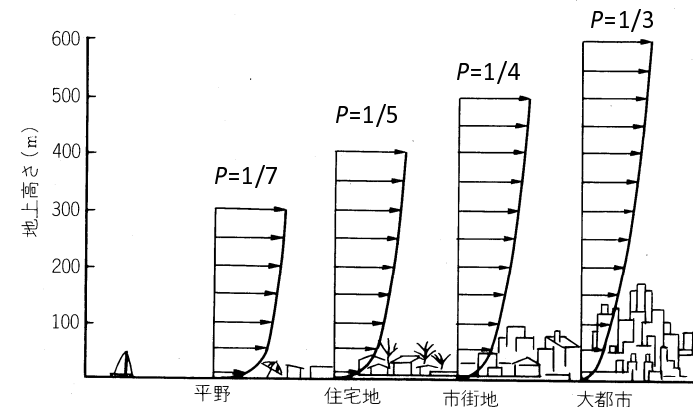
- 地表面の粗度が小さいほど、また大気不安定であるほど、風速の鉛直勾配は地表付近で急峻になる。これを表現するために、地表面粗度の大きさや大気安定度に応じて、べき指数 P は使い分けられる(よく使われる設定例は次のとおり)。

【大気安定度で使い分ける例】

パスキル安定度	A	B	C	D	E	FとG
べき指数 P	0.1	0.15	0.20	0.25	0.25	0.30

【地表面の粗度で使い分ける例】

土地利用の状況	市街地	郊外	障害物のない平坦地
べき指数 P	1/3	1/5	1/7



排煙の上昇と有効煙突高

(4) 移動発生源

- 自動車や航空機などの移動発生源から排出される排煙については、有効煙突高は概ね実排出高さ程度とされることが多い。
- また、移動発生源自体の移動にともない空気が乱れることで、排出初期においてもある程度は拡散された状況が生じる。
これを表現するために、次のような形の初期拡散を与えることもある。

$$(1) \quad \sigma_y' = \sigma_y + \sigma_{y0} \quad \sigma_z' = \sigma_z + \sigma_{z0}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \sigma_y' = \sigma_{y0} & x < x_0 \\ \sigma_y' = \sigma_y & x \geq x_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_z' = \sigma_{z0} & x < x_0 \\ \sigma_z' = \sigma_z & x \geq x_0 \end{cases}$$

排煙の上昇と有効煙突高 まとめ

- 煙突から排出される煙は、鉛直上向きの運動量や浮力により大気中を上昇するため、煙流の中心高度は、この上昇高さに実煙突高を加えた高さになる。この高さは有効煙突高と呼ばれている。
- 煙突など高所からの排煙について、有効煙突高を推定したり、またその拡散計算を行う場合には、地上風速の高度補正が必要である。
- 移動発生源など、それ自身の移動によって空気が乱れるような状況では、排出直後の初期拡散が考慮されることがある。